Консультация

Задачи с практическим содержанием при подготовке к ОГЭ

В.А. Далингер,
ОмГПУ (Омск),
e-mail: dalinger@omgpu.ru

В статье приведены примеры задач с практическим содержанием, при решении которых отрабатываются те или иные умения и навыки. Они могут использоваться, в частности, при подготовке к Основному государственному экзамену (ОГЭ) по математике в 9 классе.

Ключевые слова: задачи практического характера, подготовка к ОГЭ, «Реальная математика».

Одна из целей обучения математике в школе – развитие у учащихся способности использовать математические знания для решения широкого круга задач, возникающих как в повседневной жизни, так и в разных сферах человеческой деятельности. Проводимые международные исследования (PISA и др.) показывают, что российские школьники плохо справляются с заданиями практического характера. Она из причин этого – недостаточное внимание к практической составляющей математического образования.

В 2014 году в ОГЭ по математике был включён раздел «Реальная математика». Это заставило учителей уделять больше времени решению задач с практическим содержанием. Условия этих задач представляются не только в вербальной форме, но и в виде таблиц, графиков, рисунков, схем и т.п. Такое представление условия требует от учащихся глубокого анализа описанной в задаче ситуации, выделения необходимой информации, необходимых объектов и отношений, а решение предполагает создание математической модели ситуации и работу с ней, интерпретацию полученных результатов в терминах и понятиях этой ситуации. Такие задачи принято называть контекстными[*], в отечественной литературе их называют по-разному: задачи с межпредметным содержанием, практико-ориентированные задачи и пр.

[*] О международном опыте разработки контекстных задач см.: *Деницева Л.О., Глазков Ю.А., Краснянская К.А.* Проверка компетентности выпускников средней школы при оценке образовательных достижений по математике // Математика в школе. – 2008. – № 6.

Рассмотрим несколько таких задач по геометрии. Они будут полезны при подготовке учащихся к ОГЭ (раздел «Реальная математика»), а также могут использоваться при подготовке к ЕГЭ.

Задача 1. Цилиндрическая цистерна лежит на боку и зарыта в землю более, чем на половину. Какие измерения следует произвести и какие математические утверждения использовать, чтобы определить диаметр цистерны?

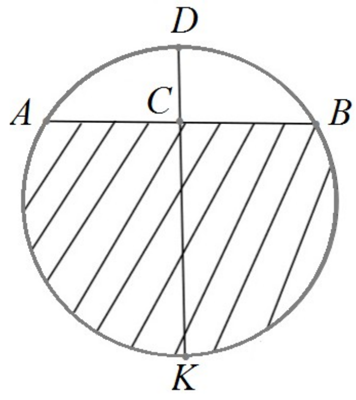


Рис. 1

Р е ш е н и е. Воспользуемся теоремой об отрезках двух пересекающихся хорд окружности. Измерим отрезки $AC = CB$ и $DC \perp AB$ на доступной части основания цистерны (рис. 1). Запишем равенство

$$AC \cdot CB = DC \cdot CK, \text{ откуда } CK = \frac{AC \cdot CB}{DC}.$$

Вычислив CK, легко найти диаметр основания цистерны: $DK = DC + CK$.

Задача 2. Имеется приспособление: две верёвки (достаточной длины), привязанные одним концом к грузилу; к свободным концам верёвок прикреплены поплавки (рис. 2*а*). Как с помощью этого приспособления определить глубину реки, если в распоряжении имеются также лодка и рулетка?

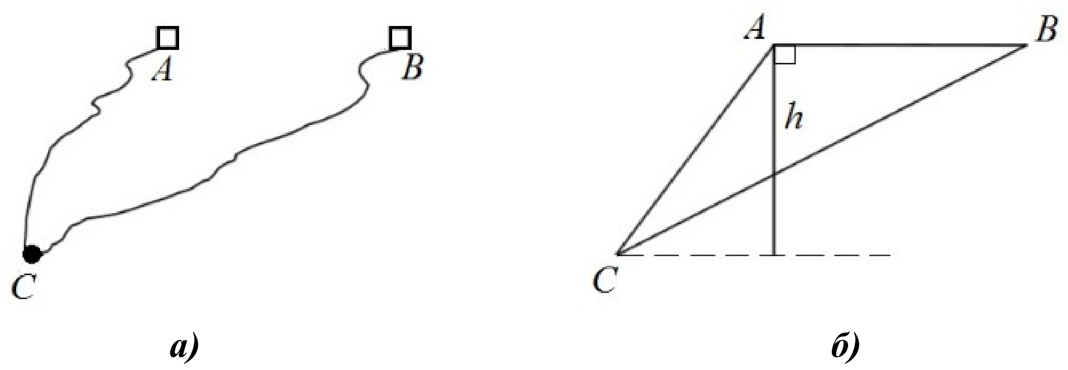


Рис. 2

Р е ш е н и е. Приспособление бросают в воду. Течение реки приведёт его в положение, изображённое на рисунке 2*б*. Находясь в лодке, измеряют расстояние AB между поплавками (длины верёвок AC и BC известны).

Затем выражают площадь треугольника ABC по формуле Герона:

$$S_{ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)}, \text{ где } p = \frac{AC+BC+AB}{2}.$$

Площадь этого же треугольника

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot h, \text{ где } h \text{ – высота треугольника } ABC$$

(она же – глубина реки).

Приравняем выражения из правых частей обеих формул:

$$\frac{1}{2} AB \cdot h = \sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)}, \text{ откуда}$$

$$h = \frac{2\sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)}}{AB}.$$

Задача 3. Как с помощью рулетки и трёх кирпичей можно узнать длину диагонали кирпича?

Р е ш е н и е. Кирпичи следует расположить так, как показано на рисунке 3. AB и есть диагональ кирпича, её длину легко измерить рулеткой.

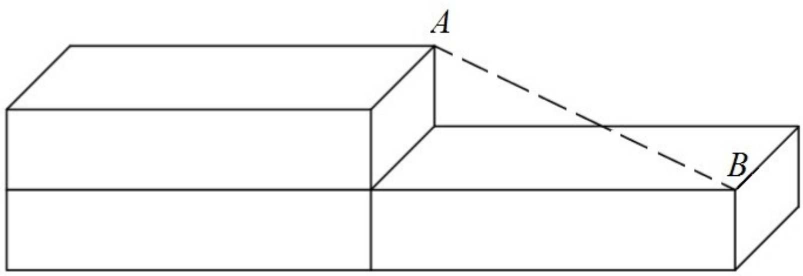
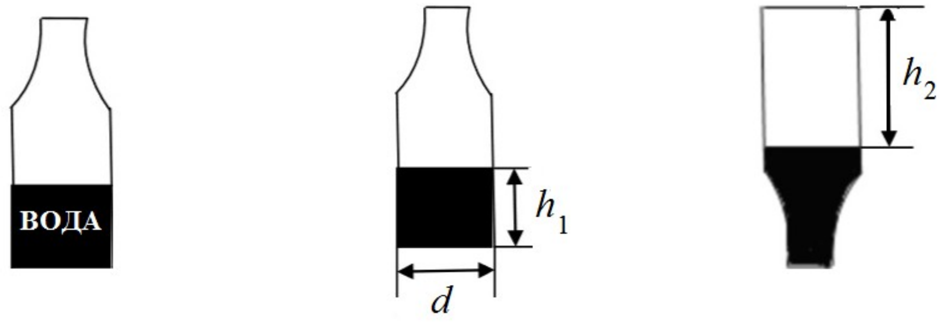


Рис. 3

Задача 4. Как с помощью рулетки и нужных формул определить объём всей бутылки, в которой имеется достаточное количество воды (рис. 4*а*)?



а) *б)* *б)*

Рис. 4

Р е ш е н и е. Измерив диаметр d бутылки и высоту h_1 столбика воды (рис. 4*б*), вычислим объём V_1, который занимает вода (по формуле объёма цилиндра). Перевернём бутылку, предварительно закрыв горлышко пробкой (рис. 4*в*), измерим высоту h_2 и вычислим аналогично объём V_2 пустой части бутылки. Тогда объём всей бутылки равен $V_1 + V_2$.

Задача 5. Как с помощью весов без гирек, ножниц и линейки с делениями определить (приблизительно) площадь фигуры, изображённой на рисунке 5?

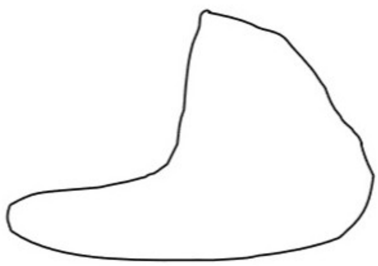


Рис. 5

Р е ш е н и е. Из такого же листа бумаги, что и лист, на котором изображена фигура*, надо вырезать прямоугольник примерно такой же по площади, что имеет данная фигура. Затем следует положить на одну чашку весов этот прямоугольник, а на другую – вырезанную фигуру. Если прямоугольник перевесит, то отрежем от него узкую полоску и вновь положим его на чашку весов**. Будем повторять эту операцию, пока весы не придут в равновесие.

* Оба листа имеют одинаковую толщину, плотность бумаги и т.д. Судя по дальнейшему описанию, задачу целесообразно решать на бумаге в мелкую клетку. – *Прим. ред.*

** Если площадь вырезанного прямоугольника изначально оказалась меньше, чем площадь изображённой фигуры, что легко выяснится при первом взвешивании, то придётся не обрезать лишнее, а наоборот, добавлять прямоугольные полоски. – *Прим. ред.*

Измерив длину и ширину последнего прямоугольника, вычислим его площадь, а значит, узнаем и площадь данной фигуры.

Задачи для самостоятельного решения

1. Швея, желая проверить, имеет ли четырёхугольный кусок материи квадратную форму, перегибает его два раза по диагоналям и видит, что края совпадают. Может ли она после этого утверждать, что кусок материи имеет форму квадрата?

О т в е т : нет, может оказаться, что кусок материи имеет форму ромба, отличного от квадрата.

2. Как с помощью рулетки убедиться в том, что оконная рама имеет форму прямоугольника?

О т в е т : прежде всего следует убедиться в том, что оконная рама имеет форму параллелограмма (для чего надо измерить и сравнить попарно противоположные стороны – их длины должны быть одинаковыми); затем нужно измерить диагонали, если они равны, можно утверждать, что оконная рама имеет форму прямоугольника.

3. Объясните принцип устройства приспособления для определения центра круга (рис. 6).

Примечание. При решении этой задачи используется теорема о том, что радиус окружности, проведённый в точку касания, перпендикулярен касательной.

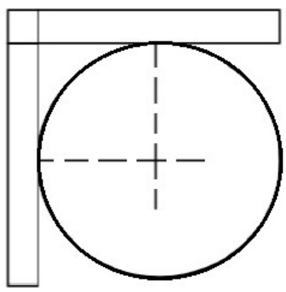


Рис. 6

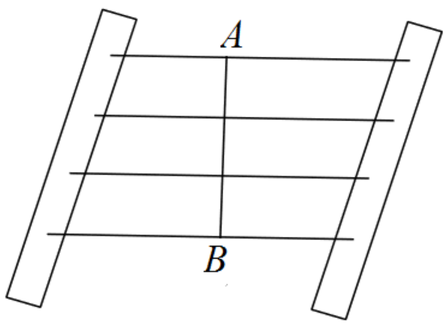


Рис. 7

4. Объясните принцип устройства приспособления для деления отрезка на равные части (рис. 7).

Примечание. При решении этой задачи используется теорема Фалеса.

5. Почему пешеход в безветренную дождливую погоду наклоняет зонтик вперёд, хотя капли дождя падают отвесно?

6. Почему дождевые полосы на окнах вагонов двух встречных поездов имеют различные направления?

Примечание. Задачи 5 и 6 – на отработку действий над векторами.

7. Треугольник рассматривают через линзу с трёхкратным увеличением. Во сколько раз увеличатся углы треугольника?

Ответ: углы треугольника не изменятся, так как подобие сохраняет углы.

Автор надеется, что богатый опыт учителей позволит им разработать целый арсенал заданий с практическим содержанием.

Дополнительная литература

1. *Перельман Я.И.* Практические занятия по геометрии. Образцы, темы и материалы для упражнений. Пособие для учащих и учащихся. – М.-П.: Гос. изд-во, 1923.

2. *Сергеев И.Н., Олехник С.Н., Гашков С.Б.* Примени математику. – М.: Наука, 1990.

3. *Варданян С.С.* Задачи по планиметрии с практическим содержанием. Кн. для учащихся 6–8 кл. сред. шк. – М.: Просвещение, 1989.